

3. FUNKCJA LINIOWA – zadania

Zad.3.1. Napisz wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez punkt $A = (1, -2)$ i przecina oś OY w punkcie $B = (0, 1)$.

Zad.3.2. Dany jest wzór funkcji liniowej:

A) $y = x + 5$ B) $y = \sqrt{3}x - 1$

C) $y = 6$ D) $y = -x$

Na podstawie tych wzorów określ:

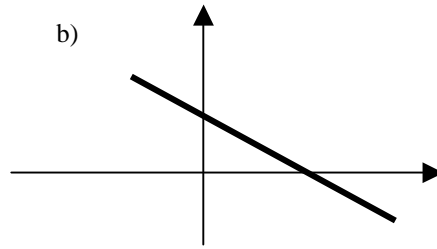
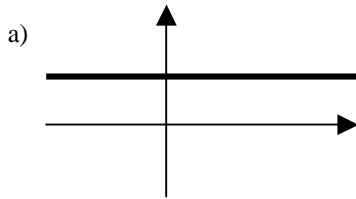
- monotoniczność funkcji
- współrzędne punktu przecięcia wykresu funkcji z osią OY.

Zad.3.3. Napisz wzór funkcji liniowej przechodzącej przez punkty $A = (3, -4)$; $B = (-2, 6)$, a następnie wyznacz współrzędne punktów przecięcia tej prostej z osiami układu współrzędnych.

Zad.3.4. Wyznacz miejsca zerowe funkcji:

a) $y = 2x + 5$ b) $y = 6$ c) $y = 0$

Zad.3.5. Określ znaków współczynników a, b funkcji liniowej $y = ax + b$ znając jej wykres.



Zad.3.6. Wyznacz współczynnik b funkcji liniowej $y = 2x + b$ wiedząc, że:

- jej wykres przechodzi przez początek układu współrzędnych
- jej miejscem zerowym jest liczba -2 .

Zad.3.7. Liczba 2 jest miejscem zerowym funkcji $y = ax + 1$. Podaj wzór tej funkcji i oblicz jej wartość dla argumentu 20 .

Zad.3.8. Napisz wzór funkcji liniowej, która jest funkcją stałą i jej wykres przechodzi przez punkt $A = (-1, 5)$.

Zad.3.9. Napisz wzór funkcji liniowej której zbiorem wartości jest zbiór $\{-1\}$.

Zad.3.10. Napisz równanie prostej, która nie jest wykresem funkcji i przechodzi przez punkt $A = (3, -4)$.

Zad.3.11. Która z poniższych funkcji jest rosnąca, malejąca, stała?

a) $y = -x + 5$ b) $y = -1$ c) $y = (\sqrt{3} - 1)x$

Zad.3.12. Napisz wzór funkcji liniowej o współczynniku kierunkowym równym -1 , której wykres przechodzi przez początek układu współrzędnych.

Zad.3.13. Rozwiąż równanie:

- a) $(3x-1)(2x+7) = 6x^2 + 31$
- b) $(x-3)^2 - (x+5)(x-5) = 52$
- c) $x - \frac{x-1}{2} = \frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{3}$
- d) $(x-2)^2 + \frac{x+4}{3} = (x-4)(x+4) - \frac{2}{3}$
- e) $\frac{(x-2)^2}{3} - \frac{1-x^2}{6} = \frac{(x+3)(x-3)}{2}$
- f) $\frac{x+2}{5} - 3 = \frac{4+2x}{10} + 30$
- g) $x - \frac{x-2}{2} = 0,5x - 1$
- h) $2x + (x-2)(x+2) = 2(x-1)^2 - (x-3)^2$
- i) $2x + (x+1)^2 - (x-1)(x+1) = 4x + 2$

Zad.3.14. Rozwiąż nierówności:

- a) $15x - (4x+9) < 6x - 19$
- b) $7 - (2x-1) \leq 4 - 1,5x$
- c) $\frac{8-2x}{3} > 6$
- d) $\frac{x+1}{3} - 2 \leq \frac{2(x-6)}{5}$
- e) $(x+1)^2 - 7 \leq (x-3)(x+3)$
- f) $\frac{x-8}{3} + (x+1)(x-1) > (x-2)^2 + 1$
- g) $(x-3)^2 - \frac{6-x}{2} < x(x-1)$
- h) $(2x+4)(8x-6) < (4x+5)^2 - 2x$
- i) $\frac{3-x}{6} - \frac{x-2}{3} > \frac{1}{2}(4-x)$
- j) $(x+1)^2 - (x-1)^2 < -5$

Zad.3.15. Podaj wszystkie liczby naturalne spełniające nierówność:

$$\frac{2x+3}{5} - \frac{1-x}{3} \leq 1,25$$

Zad.3.16. Podaj największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność:

$$\frac{x-3}{2} - \frac{x-2}{3} > \frac{2x+1}{6}$$

Zad.3.17. Które z liczb: $3, \sqrt{3}, 2\sqrt{2}$ należą do zbioru rozwiązań nierówności:

$$4^2 - (2x-1)^2 > 6x - (2x+3)(2x-3)$$

Zad.3.18. Podaj liczby naturalne, które nie należą do zbioru rozwiązań nierówności:

$$(x-3)^2 \leq 2(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3}) - \frac{1}{3}(-3x+18) - x^2$$

Zad.3.19. Rozwiąż układ nierówności:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1-2x}{3} < \frac{1+3x}{4} \\ 1-7x \geq -6x \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 5(x-1) > 2(x+4) \\ 2x+4 > 8 \end{cases}$$

Zad.3.20. Rozwiąż nierówność podwójną:

$$\text{a) } 2(x-1) < 3(x-1) < 4(x-1)$$

$$\text{b) } \frac{x+2}{3} \leq \frac{x+1}{4} \leq \frac{2x+1}{6}$$

Zad.3.21. Która z liczb: $-2, -\frac{1}{2}, 0, 1$ jest rozwiązaniem równania, nierówności:

$$\text{a) } 2(x-1) - (x-1)(x+3) = 1 - x^2 - x$$

$$\text{b) } x^2 - x + 2 = 0$$

$$\text{c) } 2x - (3x+2) < 8 + 4x$$

Zad.3.22. Która para liczb: $(-2, 7); (1, -2); (0, -3)$ jest rozwiązaniem równania, nierówności, układu równań:

$$\text{a) } 2x + y - 3 = 0 \quad \text{b) } 3x + 6 = 0 \quad \text{c) } x + y + 1 \leq 0 \quad \text{d) } \begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

Zad.3.23. Wskaż trzy pary liczb całkowitych spełniających równanie: $x + \frac{1}{3}y = 2$.

Zad.3.24. Rozwiąż układ równań:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2(x+y) - 2 = 3(x+2) \\ 2(y+2) + 3(x-y) = 2x-1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} \frac{5x-y}{3} - \frac{x+y}{2} = \frac{7x-3y}{5} \\ 5(y+1) = 3(x-1) \end{cases}$$

Zad.3.25. Rozwiąż układ równań. Przedstaw ilustrację graficzną zbioru jego rozwiązań. Podaj nazwę układu.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x - y = -1 \\ 3x + y = 5 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} \frac{1}{2}x + y = 4 \\ x + 2y = 8 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 6x - 2y = -2 \\ 3x - y = 4 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 4x - 2y = 3 \end{cases} \\ \\ \text{e) } \begin{cases} -x + 2y = 3 \\ 3x - 6y = -9 \end{cases} & \text{f) } \begin{cases} 2x - y = 4 \\ -x + 0,5y = -2 \end{cases} \end{array}$$

Zad.3.26. Rowerzysta jechał godzinę połą drogą, a następnie 3 godziny szosą z prędkością o 8 km/h większą. Z jaką prędkością jechał połą drogą, jeżeli przejechał 60 km?

Zad.3.27. Elektromonter podzielił na dwie części drut o długości 9 m tak, że jedna część była dłuższa od drugiej o 90 cm. Jaką długość ma każda z tych części?

Zad.3.28. W szkole liczba dziewcząt stanowi 55% wszystkich uczniów. Chłopców jest o 110 mniej niż dziewcząt. Ilu uczniów uczy się w tej szkole? Ile jest dziewcząt, a ilu chłopców?

Zad.3.29. Znajdź boki prostokąta o obwodzie 172 m, jeżeli mają się one do siebie jak 15:28.

Zad.3.30. Na parkingu stały samochody i motocykle. Każdy samochód miał 4 koła, a każdy motocykl 2 koła. Wszystkich pojazdów było 60, a kół 200. Ile pojazdów każdego rodzaju stało na parkingu?

Zad.3.31. Obwód prostokąta wynosi 40 m. Jeżeli krótszy bok zwiększymy o 4 cm, a dłuższy skrócimy o 5 cm, to otrzymamy kwadrat. Jakiej długości są boki prostokąta?

Zad.3.32. Jakie to liczby, jeśli pierwsza zwiększona o $66\frac{2}{3}\%$ drugiej jest równa 53, a druga zwiększona o $33\frac{1}{3}\%$ pierwszej wynosi 48?

Zad.3.33. Suma dwóch liczb wynosi 8. Jeżeli każdą z nich zwiększymy o 2 to otrzymamy liczby, z których jedna jest 3 razy większa od drugiej. Jakie to liczby?

Zad.3.34. Suma cyfr liczby dwucyfrowej wynosi 12. Jeżeli przestawimy cyfry, to otrzymamy liczbę o 18 większą. Jaka to liczba?

Zad.3.35. Połowa pierwszej liczby i 20% drugiej to razem 57. Suma 10% pierwszej i czwartej części drugiej liczby wynosi 24. Jakie to liczby?

Zad.3.36. Zakupiono 10 kg kawy dwóch gatunków po 7 zł i 9 zł za kilogram. Zapłacono 82 zł. Ile kupiono kilogramów kawy każdego gatunku?

Zad.3.37. Przy napełnianiu zbiorników benzyną okazało się, że jeśli z pierwszego przeleje się do drugiego 120 litrów, to oba zbiorniki będą miały ten sam ładunek benzyny. Jeśli natomiast z drugiego przeleje się do pierwszego 90 litrów, to pierwszy zbiornik będzie zawierał 3 razy więcej benzyny niż drugi. Ile benzyny było w każdym zbiorniku?

Zad.3.38. Na zebraniu poddano głosowaniu pewien wniosek. Głosowało 360 osób, przy czym za wnioskiem padły 104 głosy więcej niż przeciw. Ile osób głosowało za wnioskiem, a ile przeciw wnioskowi?

Zad.3.39. Na odcinku o długości 172 m zbudowano rurociąg. Zużyto do tego celu 23 rury o długości 470 cm i 825 cm. Ile rur dłuższych, a ile krótszych użyto do budowy rurociągu?

Zad.3.40. Dwie fabryki według planu powinny wyprodukować łącznie 600 samochodów. Pierwsza fabryka przekroczyła plan o 15%, a druga o 10% i wówczas łączna produkcja wynosiła 672 samochody. Ile samochodów wyprodukowała każda fabryka?

Zad.3.41. Dwa zakłady powinny według planu wyprodukować razem w ciągu miesiąca 360 maszyn. Pierwszy zakład wykonał plan w 112%, a drugi w 110% i dlatego wyprodukowały łącznie w ciągu miesiąca 400 maszyn. Ile maszyn ponad plan wyprodukował każdy zakład?

Zad.3.42. Statek porusza się z prądem rzeki z prędkością 18 km/h, pod prąd z prędkością 14km/h. Oblicz prędkość własną statku i prędkość rzeki.

Zad.3.43. W czasie trzech godzin samolot przeleciał z wiatrem drogę o długości 1134 km . Lecąc pod wiatr z taką samą prędkością samolot przeleciał w czasie jednej godziny 342 km . Jaka jest prędkość samolotu, a jaka jest prędkość wiatru?

Zad.3.44. Ze spalania 1 kg dobrego gatunku węgla uzyskamy 8 kg pary, a ze spalania 1 kg węgla gorszego gatunku tylko 5 kg pary. Na wytworzenie 1425 kg pary użyto 225 kg obu gatunków węgla. Ile kg każdego z gatunków węgla zużyto na wytworzenie pary?

Zad.3.45. Ile trzeba odparować wody i z jakiej ilości solanki o stężeniu 25%, aby otrzymać 20 kg solanki o stężeniu 80%?

Zad.3.46. Ile trzeba zmieszać octu o stężeniu 3% i ile octu o stężeniu 5%, aby otrzymać 2l octu o stężeniu 3,5%?

Zad.3.47. Ile trzeba wlać wody i do jakiej ilości octu o stężeniu 8%, aby otrzymać 6l octu o stężeniu 5%?

Zad.3.48. Ile trzeba zmieszać rudy o zawartości 72% żelaza i ile rudy o zawartości 60% żelaza, aby otrzymać 12 ton rudy o zawartości 65% żelaza?

Zad.3.49. Ile gramów soli i ile gramów wody należy użyć, aby otrzymać 600g roztworu 15%?

Zad.3.50. Gospodyni ma 1,5 litra octu 10%. Potrzebny jest jej roztwór 3%. Ile litrów wody musi dolać gospodyni, aby otrzymać potrzebne jej stężenie octu?

Odpowiedzi:

Zad.3.1. $y = -3x + 1$;

Zad.3.2. A) a) funkcja rosnąca, b) (0,4) ;

B) a) funkcja rosnąca, b) (0,-1) ;

C) a) funkcja stała, b) (0,6)

D) a) funkcja malejąca, b) (0,0)

Zad.3.3. $y = -2x + 2$

z osią OX: (1,0); z osią OY: (0,2)

Zad.3.4. a) $y = 0 \Leftrightarrow x = -2\frac{1}{2}$

b) $y = 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$

c) $y = 0 \Leftrightarrow x \in \mathbf{R}$

Zad.3.5. a) $a = 0; b > 0$ b) $a > 0; b < 0$

Zad.3.6. a) $b = 0$ b) $b = 4$

Zad.3.7. $y = -\frac{1}{2}x + 1$

$x = 20 \Rightarrow y = -9$

Zad.3.8. $y = 5$

Zad.3.9. $y = -1$

Zad.3.10. $x = 3$

Zad.3.11. a) malejąca; b) stała; c) rosnąca

Zad.3.12. $y = -x$

Zad.3.13. a) $x = 2$; b) $x = -3$; c) $x = -1$; d) $x = 6$ e) $x = 4\frac{1}{4}$; f) $x \in \emptyset$; g) $x \in \emptyset$; h) $x \in \emptyset$;

i) $x \in \mathbf{R}$

Zad.3.14. a) $x \in (-\infty, -2)$; b) $x \in (8, +\infty)$; c) $x \in (-5, +\infty)$; d) $x \in (11, +\infty)$

e) $x \in \left(-\infty, -1\frac{1}{2}\right)$; f) $x \in (2, +\infty)$; g) $x \in \left(1\frac{1}{3}, +\infty\right)$; h) $x \in \mathbf{R}$;

i) $x \in \emptyset$; j) $x \in \left(-\infty, -1\frac{1}{4}\right)$

Zad.3.15. $\{0,1\}$

Zad.3.16. -7

Zad.3.17. $\sqrt{3}, 2\sqrt{2}$

Zad.3.18. $0, 1, 2$

Zad.3.19. a) $x \in \left(\frac{1}{17}, 1\right)$ b) $x \in \left(4\frac{1}{3}, +\infty\right)$

Zad.3.20. a) $x \in (2, +\infty)$ b) $x \in \emptyset$

Zad.3.21. a) 0 b) żadna c) $-\frac{1}{2}, 0, 1$

Zad.3.22. a) $(-2, 7)$ b) $(-2, 7)$ c) $(1, -2)(0, -3)$
d) $(1, -2)$

Zad.3.24. a) $(6, 3)$ b) $(-2, 3)$ c) $(1, -1)$

Zad.3.25. a) $(1, 2)$ b) nieskończenie wiele rozwiązań
c) brak rozwiązania d) brak rozwiązania
e) nieskończenie wiele rozwiązań
f) nieskończenie wiele rozwiązań

Zad.3.26. 9 km/h

Zad.3.27. 495 cm i 405 cm

Zad.3.28. 1100 uczniów 605 dziewcząt 495 chłopców

Zad.3.29. 30 m i 56 m

Zad.3.30. 40 samochodów i 20 motocykli

Zad.3.31. $14,5 \text{ m}$ $5,5 \text{ m}$

Zad.3.32. 27 i 39

Zad.3.33. 7 i 1

Zad.3.34. 57

Zad.3.35. 90 i 60

Zad.3.36. 4 kg po 7 zł i 6 kg po 9 zł

Zad.3.37. 540 l i 300 l

Zad.3.38. za wnioskiem: 232 osoby
przeciw wnioskowi: 128 osób

Zad.3.39. 5 m krótszych 18 m dłuższych

Zad.3.40. 240 i 360

Zad.3.41. 24 i 16

Zad.3.42. prędkość własna statku: 16 km/h
prędkość rzeki: 2 km/h

Zad.3.43. prędkość samolotu: 360 km/h
prędkość wiatru: 128 km/h

Zad.3.44. 100 kg węgla dobrego gatunku
125 kg węgla gorszego gatunku

Zad.3.45. 44 kg wody z 64 solanki o stężeniu 25%

Zad.3.46. 1,5 l octu o stężeniu 3% i 0,5 l octu o stężeniu 5%

Zad.3.47. 2,25 l wody do 3,75 l octu o stężeniu 8%

Zad.3.48. 5 ton rudy o zawartości 72% żelaza
7 ton rudy o zawartości 60% żelaza

Zad.3.49. 90 g soli i 510 g wody

Zad.3.50. 3,5 l